

Vaja 7

Ime in priimek: Datum:.....

Iskanje odziva modela z znano prenosno funkcijo

Prenosna funkcija

Vhodna veličina sistema $x(t)$ se transformira v $X(s)$ in izhodna $y(t)$ v $Y(s)$. Ulomek Laplaceovih transformirank izhodne in vhodne veličine imenujemo prenosna funkcija.

Linearni, časovno nespremenljivi sistem naj bo opisan z linearno diferencialno enačbo n -tega reda:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t)$$

kjer je $x(t)$ vhodna veličina v sistem in $y(t)$ izhodna veličina iz sistema. Laplaceov transform te enačbe pri predpostavki, da so začetne vrednosti enake 0, je

$$(a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0)Y(s) = (b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0)X(s)$$

V števec prenosne funkcije torej praktično vpisujemo transformiranko izhodne veličine $Y(s)$, v imenovalac pa transformiranko vhodne veličine $X(s)$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}$$

Zapis prenosne funkcije v MATLABu

Prenosno funkcijo imamo zapisano v obliki ulomka dveh polinomov spremenljivke s . Polinom v števcu prenosne funkcije imenujmo $\text{stev}(s)$, polinom v imenovalcu pa $\text{imen}(s)$.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\text{stev}(s)}{\text{imen}(s)}$$

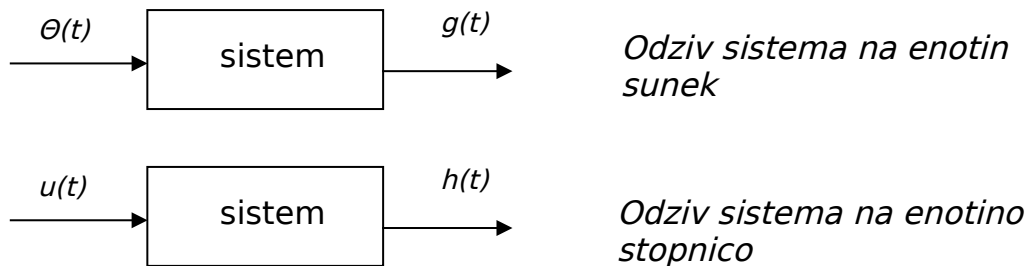
V MATLAB bomo torej polinoma stev in imen vpisali kot vektorja.

□ **Primer** Imamo prenosno funkcijo z $\text{stev} = s-1$ in $\text{imen} = s^2+2$. Zapišite vektorja stev in imen !

Odziv sistema oz. modela

Opazujemo obnašanje izhodne veličine $y(t)$, če se spreminja vhodna veličina $x(t)$. Za preizkus sistema je v uporabi $x(t)$ večinoma v obliki stopnice ali sunka (impulza).

Med preizkusne oblike vhodnih veličin štejemo najpogostejše enotin sunek $\Theta(t)$ in enotino stopnico $u(t)$.



Iz odzivov na tidve obliki ugotavljamo na primer ali je sistem stabilen, čase odziva in podobne lastnosti.

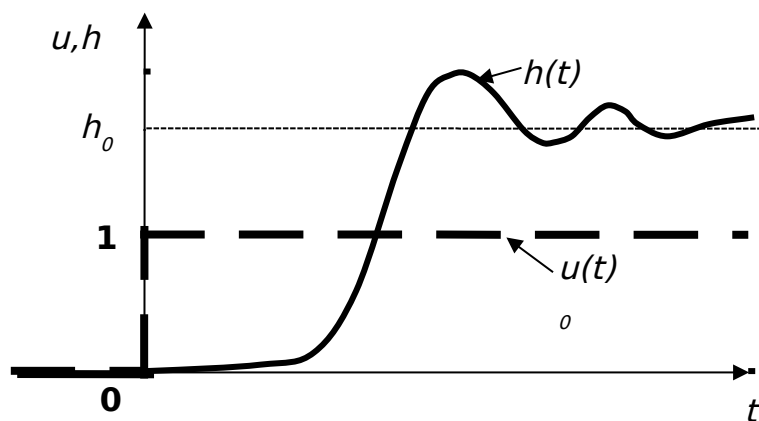
Prenosna funkcija sistema $G(s)$ je Laplaceovaa transformiranka odziva sistema $g(t)$ na enotin sunek $\Theta(t)$:

$$G(s) = \mathbf{L}(g(t))$$

Odvod odziva na stopnico je enak odzivu sistema na sunek $g(t)$.

$$dh(t)/dt = g(t)$$

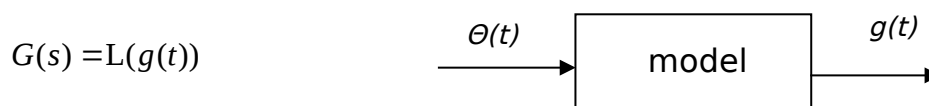
Če torej poznamo odziv sistema na enotino stopnico $u(t)$, lahko z Laplaceovo transformacijo $\mathbf{L}(du(t)/dt)$ izračunamo $G(s)$.



Krivulja $h(t)$ predstavlja odziv na enotino stopnico $u(t)$

Primer odziva modela: zagon električnega motorja

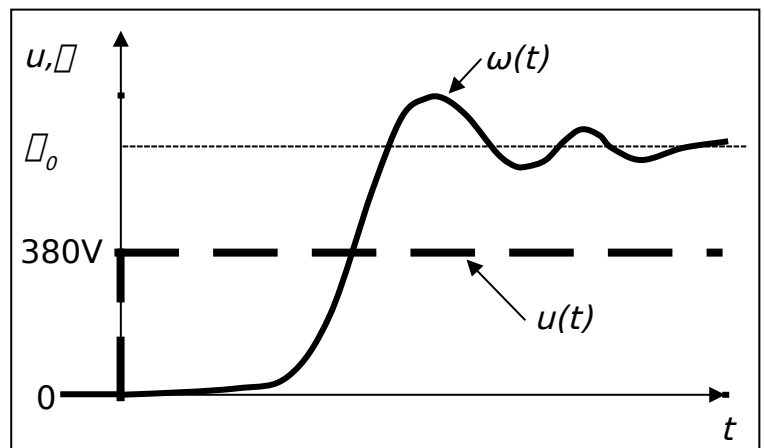
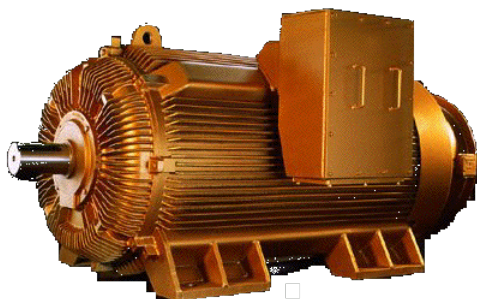
Prenosna funkcija modela $G(s)$ je, kot smo že omenili, Laplaceova transformiranka odziva modela $g(t)$ na enotin sunek $\Theta(t)$:



Red modela (sistema) določamo na dva načina:

- red dobimo kot številsko vrednost - za kolikor se razlikuje red polinoma v števcu od reda ($\square$ karakterističnega) polinoma v imenovalcu.
- iz diagrama odziva na enotino stopnico $h(t)$ ocenjujemo red: pozorni smo na odvod ob času $t=0$. Če je odvod odziva v trenutku $t=0$ **različen od 0** opisuje $h(t)$ sistem **prvega** reda, če je odvod odziva v trenutku $t=0$ **enak 0** opisuje $h(t)$ sistem **višjega** reda

Primer Zanima nas odziv hitrosti vrtenja motorja na stopnico napajalne napetosti (vklop). Izmerili smo odziv krožne frekvence $\omega(t)$, pri izbrani velikosti napajalne napetosti 380V. Iz odvoda odziva sistema na stopnico $u(t)$ ob času 0 lahko sklepamo ali je sistem prvega ali višjega reda.



Katerega reda je motor glede na izmerjeni odziv na stopnico $\omega(t)$?

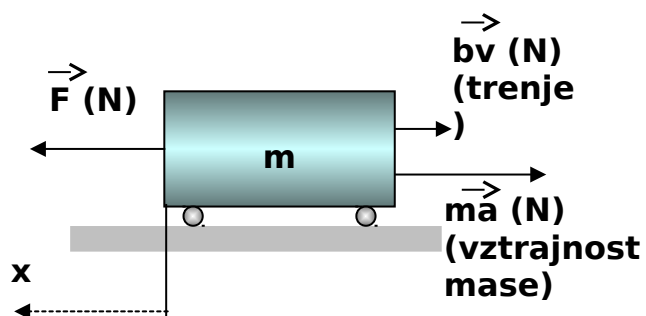
Karakteristični polinom (matrika A v prostoru stanj) je Laplaceova transformiranka časovne funkcije, ki predstavlja vhodno veličino. Koreni v imenovalcu prenosne funkcije nastopajočega karakterističnega polinoma se imenujejo poli prenosne funkcije.

Primer modela: prenosna funkcija hitrosti vozička

S Simulinkom smo že našli odziv modela na stopnico in suneč.

Sedaj najdemo odziv še s prenosno funkcijo. Začetni pogoji morajo biti enaki nič:

- voziček miruje preden nanj deluje sila F ($v=0$ m/s)
- v začetni legi ($x=0$ m).



Sila $F(t)$ je vhodna veličina, hitrost $v(t)$ pa izhodna. Zapišite posebej vhodno in posebej izhodno fizikalno veličino:

INTELIGENTNI TRANSPORTNI SISTEMI – PRIROČNIK ZA VAJE

(pripravil: Franc Dimc)

Zapišimo ravnotežno enačbo sil oz. energij! Uporabimo Newtonova zakona (ravnotežje sil pri gibanju brez pospeška in $F=ma$). Z vlečno silo F nasprotujemo vztrajnosti mase (inerciji), kateri se pridružuje z enakim predznakom tudi sila trenja.

Enačbo zapišimo s pomočjo spremenljivk $F(t)$ in $v(t)$:

Laplaceova transformacija enačbe:

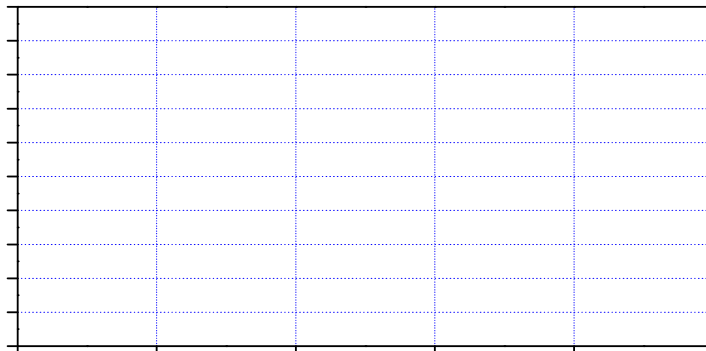
Sestavimo prenosno funkcijo!

Prenosno funkcijo zapišimo v MATLABU. Izberimo vrednosti $m = 1000$ kg, $b = 50$ Ns/m in $F = 500$ N. Odprite tekstovno datoteko vozicek.m in vanjo vpišite:

```
m=1000;  
b=50;  
F=500;  
stev=[ ];  
imen=[ ];
```

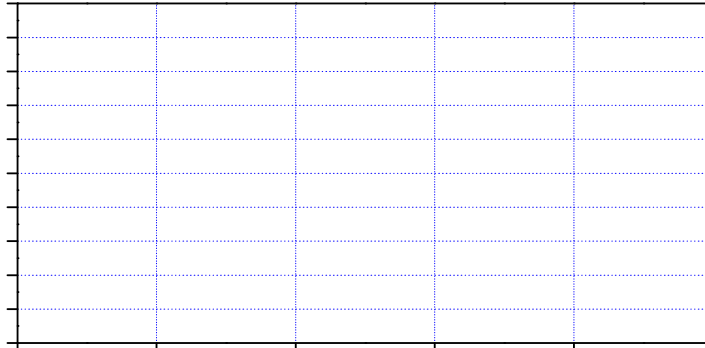
Za izris odziva sistema v MATLABU moramo podati prenosno funkcijo sistema.

- Odziv na enotino stopnico prikličemo v MATLABU z ukazom step, ki ga dodajte na konec besedila pravkar zapisane datoteke:
[step](#) (F*stev, imen)*



Ker sila ni 1 N ampak 500 N, moramo polinom stev množiti z F , da skaliramo enoto stopničaste funkcije.

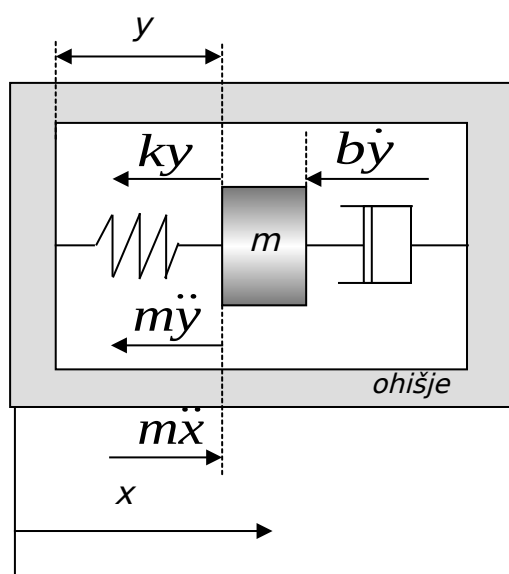
- Odziv na enotni sunek prikličemo v MATLABU z ukazom `impulse`, ki ga dodajte na konec besedila pravkar zapisane datoteke: `impulse` (`F*stev, imen`)



Ker sila ni 1 N ampak 500 N, moramo polinom stev množiti z F , da skaliramo enoto stopničaste funkcije.

Preizkus razumevanja vaje: prenosna funkcija mehanskega pospeškometra

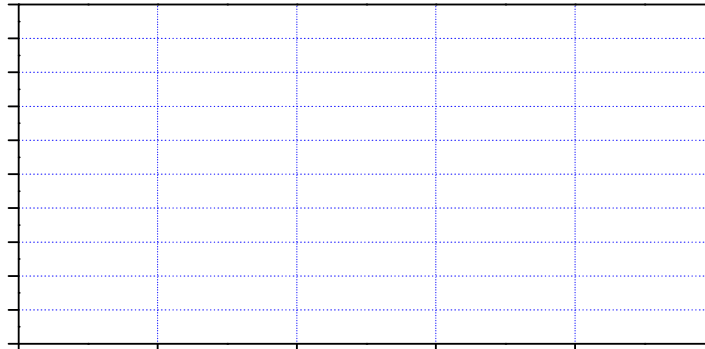
- Položaj y mase m glede na steno ohišja merilnika pospeška (akcelometra) je sorazmeren pospešku ohišja. Določite prenosno funkcijo, če kot vhodno veličino obravnavamo pospešek ohišja a (oziroma $\ddot{x}$), kot izhodno veličino pa razdaljo med maso in ohišjem y !



Kako hitro in pri kako velikem y se bo masa 0,01 kg ustalila, ko bo merilnik pospeška izpostavljen prostemu padu? Konstanta vzmeti znaša $k=10$ N/m in koeficient dušenja $b=0,81$ Ns/m.

INTELIGENTNI TRANSPORTNI SISTEMI – PRIROČNIK ZA VAJE
(pripravil: Franc Dimc)

Narišite odziv položaja mase na stopnico težnostnega pospeška!



Katerega reda je model?

Po kolikšnem času in na kateri vrednosti se ustali izhodna veličina?

Začetni pogoji za določitev prenosne funkcije

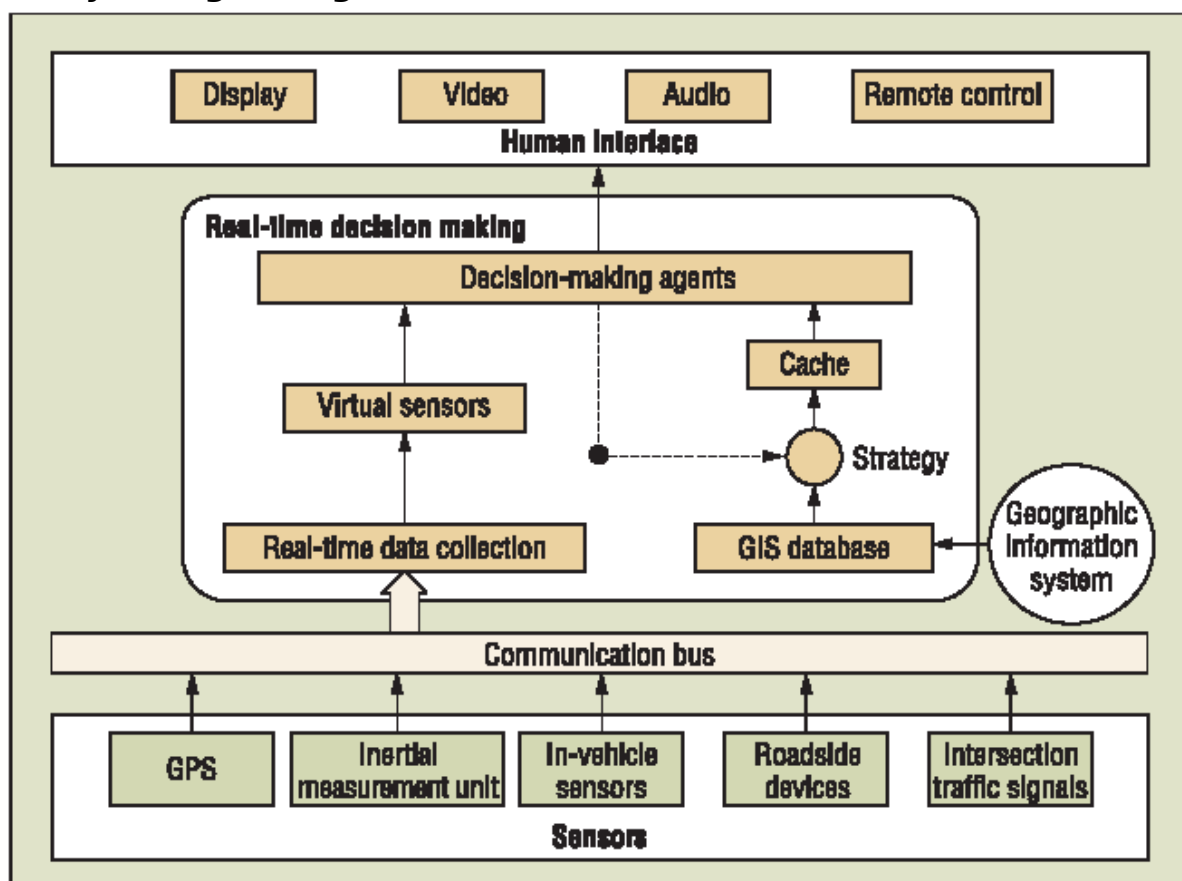
$$G(s) = Y(s)/X(s)$$

Polinom $Y(s)$ je Laplaceova transformiranka izhodne veličine $y(t)$, polinom $X(s)$ je Laplaceova transformiranka vhodne veličine $x(t)$, pri čemer so vrednosti veličin y in x ter vseh njunih odvodov ob času 0 enake 0.

Še enkrat POZOR!

Polinom imenovalcu in polinom v števci $G(s)$ smemo določati le tedaj, ko so vsi začetni pogoji in njihovi odvodi enaki 0.

Nekaj inteligentnega za konec



Zgradba voznikovega elektronskega pomočnika in opozorilnika na nevarnost (Zheng et al. 2004)

Kaj lahko razberete s slike v zvezi z delovanjem elektronske pomoči v avtomobilu? (Napišite v petih stavkih!)

Literatura

- Carnegie Mellon, **Control Tutorials for Matlab**, The University of Michigan, ZDA, 1996.
- Nan-Ning Zheng, Shuming Tang, Hong Cheng, Qing Li, Guanpi Lai in Fei-Yue Wang, **Toward Intelligent Driver-Assistance and Safety Warning Systems** IEEE ITS COUNCIL NEWSLETTER, zvezek. 6, št. 4, november 2004, <http://www.ieee.org/its>