Vaja 5

Ime in priimek: .... **Datum:**......................................

Vpliv prenosne funkcije na odziv sistema

Laplaceov prostor: Določanje polov in ničel prenosne funkcije
Ker je prenosna funkcija G(s) v splošnem primeru racionalna funkcija, lahko iščemo posebej korene števca in posebej korene imenovalca. Korene števca imenujemo ***ničle****, korene imenovalca pa* ***poli****. Polinom v imenovalcu prenosne funkcije imenujemo tudi* ***karakteristični polinom****. Če karakteristični polinom izenačimo z 0, dobimo* ***karakteristično enačbo****, ki ima obliko:*

$$a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + ... + a_1 s^1 + a_0 = 0$$

Za računsko določitev korenov polinoma vemo, da moramo karakteristični polinom preoblikovati v zmnožek izrazov v oklepajih (faktorizirati). Če si pomagamo z MATLABom, nam računalnik korene posameznega polinoma kar sam določi (ukaz `roots`*).*

Naloga: *Določite in zapišite korene polinomov števca in imenovalca prenosne funkcije ter dodajte zapis imenovalca v faktorizirani obliki:*

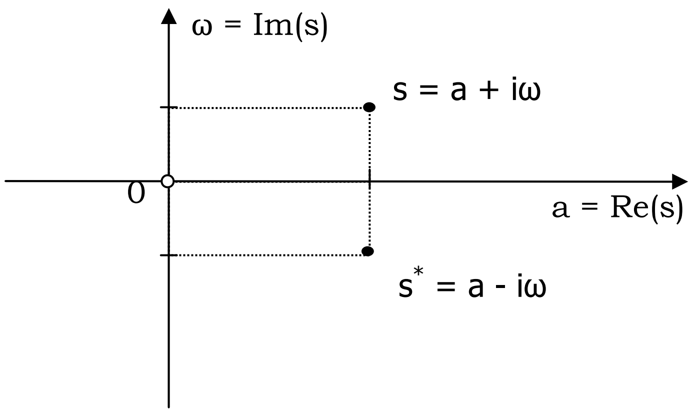
$$G(s) = \frac{6s^3 - 3s}{s^4 - 2s^3 + 7s + 1}$$

`koreni števca:` `koreni imenovalca:`

`faktorizirana oblika imenovalca:`

Vris korenov prenosne funkcije v kompleksno ravnino

Ničle in poli polinomov so v splošnem kompleksna števila (s = a + iω).
Urejen par realnega in imaginarnega dela kompleksnega števila (a,ω) predstavlja koordinato v kompleksni ravnini.
Izračun korenov G(s), ki smo ga že opravili, nam kaže, da če so koreni kompleksni, nastopajo v konjugirano kompleksnih parih.



V kompleksno ravnino vrišimo vse korene z MATLABom!

Metoda risanja lege korenov (root locus) se na naš ukaz v MATLABu izvede samodejno. Sistem moramo opisati s prenosno funkcijo G(s). Kot vektor vpišemo števec in ravno tako tudi imenovalec G(s).

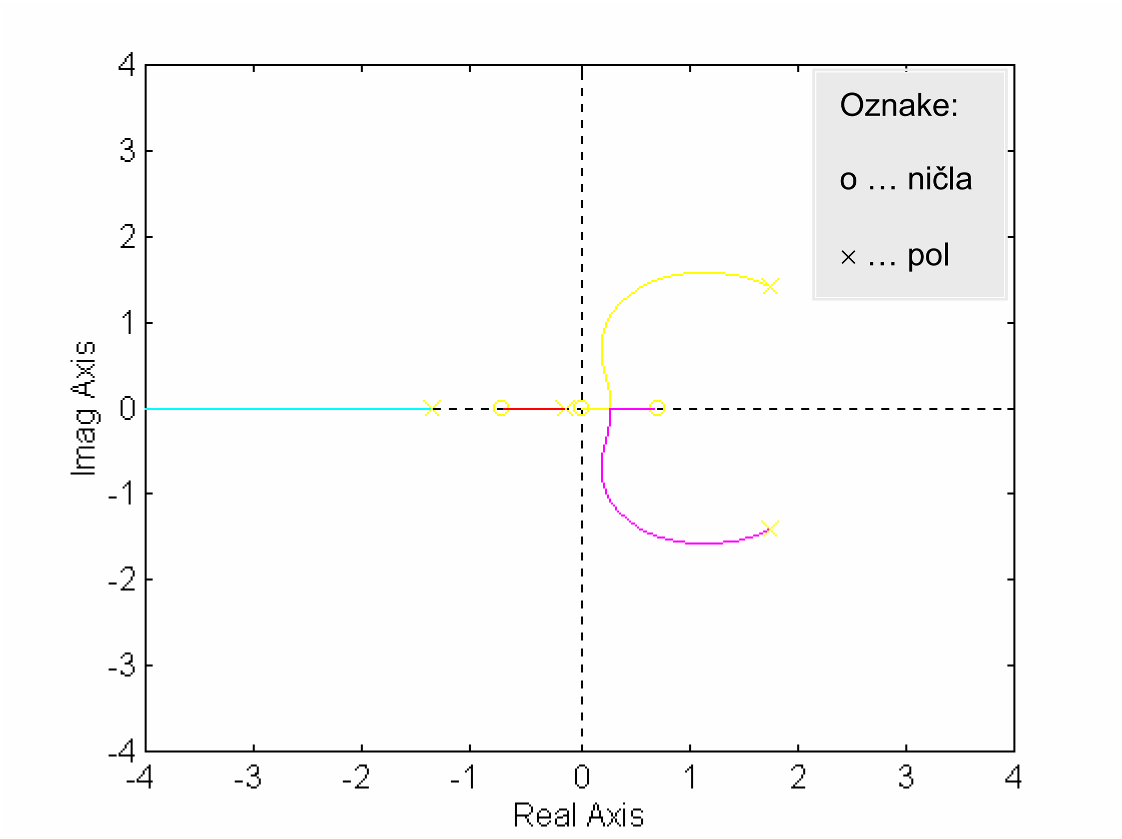
Naloga: *Narišimo korene prenosne funkcije v kompleksni ravnini:*

$$G(s) = \frac{6s^3 - 3s}{s^4 - 2s^3 + 7s + 1}$$

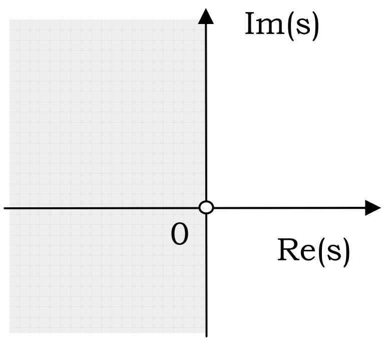
V novo datoteko `vaja5x.m` *vpišemo:*

```
stev=[6 0 -3 0];
imen=[1 -2 0 7 1];
rlocus(stev,imen);
```

V slikovnem oknu se izriše diagram lege korenov. Poudarite točke korenov!



Kakšen odziv ima stabilen sistem?
Če je vrednost vhodne veličine omejena, mora biti vrednost izhodne veličine tudi omejena.
Kako zagotovimo omejenost odziva?



- *G(s) dosega neskončne vrednosti v polih, kjer ima imenovalec vrednost nič.*
- *Teorija vodenja nam zagotavlja, da je sistem* ***stabilen****, če so realni deli polov (a) manjši od 0.*

- *Če vsaj en pol leži na imaginarni osi (a = 0) je sistem še* ***mejno stabilen,*** *čeprav je praktično že nestabilen. Če vsaj en pol leži v pozitivni realni polravnini (a > 0), je sistem* ***nestabilen****.*

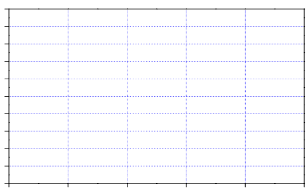
Naloga: *Ali je sistem, podan v prejšnji nalogi, stabilen?*

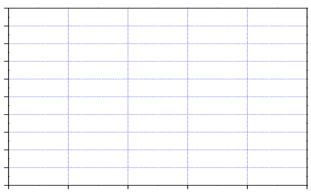
Ali vsi poli enakovredno vplivajo na odziv sistema?
*Poli, ki ležijo v bližini imaginarne osi, določajo obliko odziva sistema. Imenujemo jih tudi **dominantni poli**.*

Naloga: *Določite položaja polov in odziva na sunek sistemov s prenosnima funkcijama:*

$G_1(s) = \frac{1}{(s+0{,}5)}$ $\qquad$ $G_2(s) = \frac{20}{(s+0{,}5)(s+20)}$

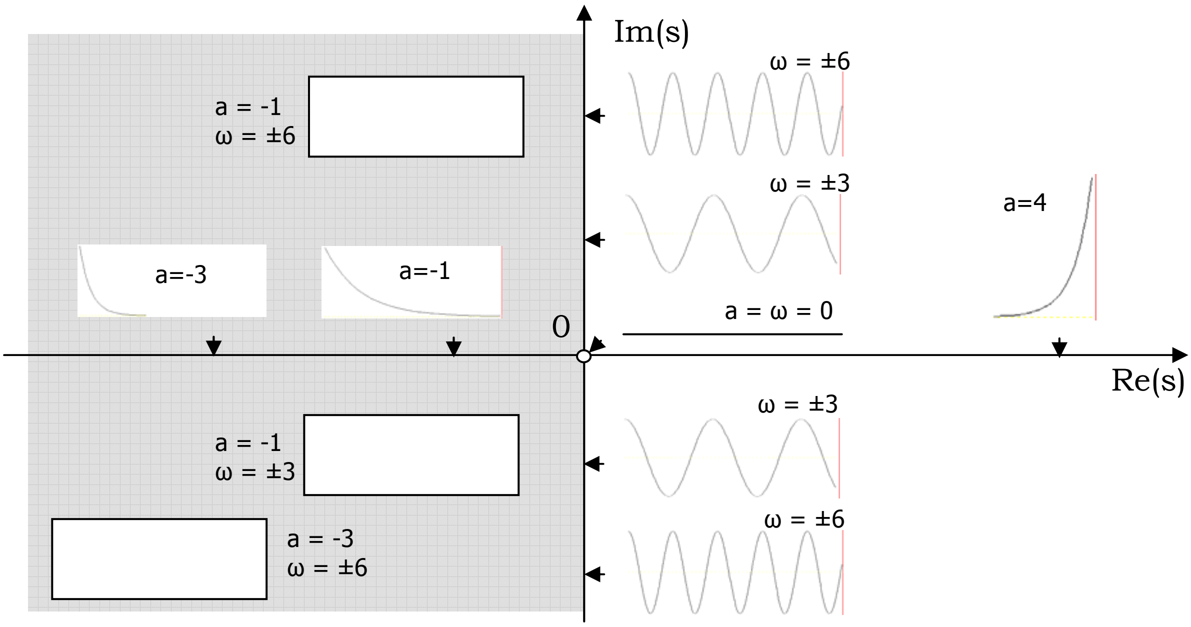
pol: $\qquad$ *pola:*



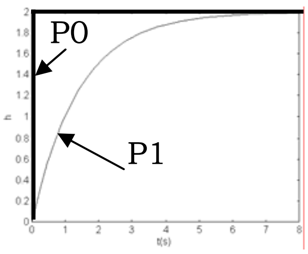
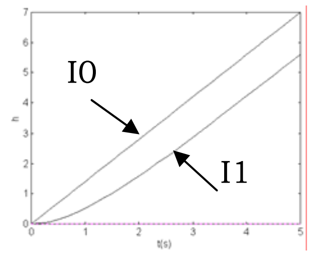
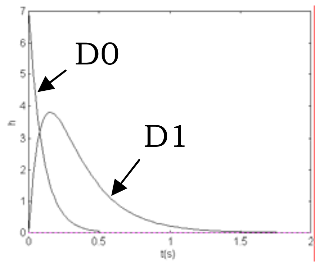
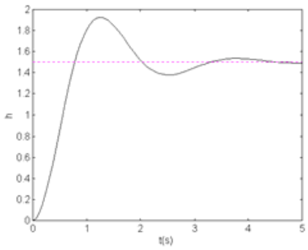
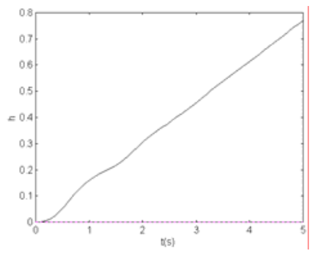
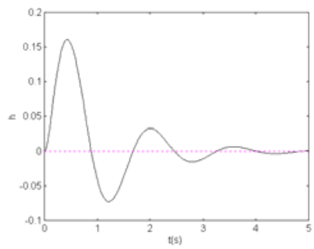


Komentirajte rezultat! Kaj dosežemo z vrednostjo 20 v števcu $G_2(s)$?

Položaj polov vpliva na odziv sistema na sunek
Naslednjo sliko odzivov na sunek dopolnite s pomočjo MATALABa



Razvrstitev sistemov (členov) po zgradbi prenosne funkcije

proporcionalni (**P**)	integrirni (**I**) prve vrste	diferencirni (**D**) približek
		
0. in 1. reda (P0, P1) $\dfrac{K}{s+(a_p+i\omega_p)}$	**0. in 1. reda (I0, I1)** $\dfrac{K}{s(s+(a_p+i\omega_p))}$	**0. in 1. reda (D0, D1)** $\dfrac{Ks}{\left(\frac{Ks}{10}+1\right)(s+s_p)}$
		
2. reda (P2) $\dfrac{\omega_n}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	**2. reda (I2)** $\dfrac{K}{s(s+s_{p1})(s+s_{p2})}$	**2. reda (D2)** $\dfrac{Ks}{\left(\frac{Ks}{10}+1\right)(s+s_{p1})(s+s_{p2})}$

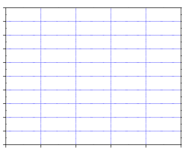
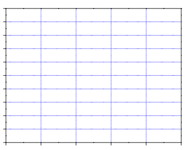
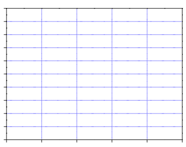
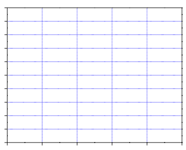
Poli na realni osi dajejo eksponencialne odzive, kompleksni pa nihanja.

Posebnosti člena P2

ω_n .. naravna frekvenca, lastna frekvenca nedušenega nihanja sistema
ζ .. koeficient dušenja

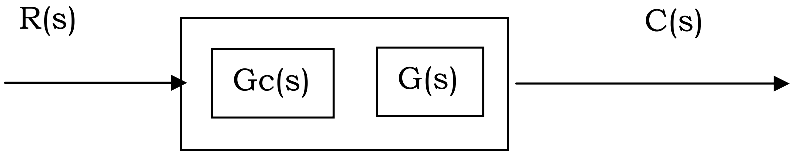
1. **Nadkritično dušen** sistem, aperiodični odziv (dva realna pola, $\zeta > 1$)
2. **Kritično dušen** sistem, meja aperiodičnosti (dvojni realni pol, $\zeta = 1$)
3. **Podkritično dušen** sistem, dušeno nihanje (konjugirano kompl. par polov, $\zeta < 1$)
4. **Nedušen**o nihanje (konjugirano kompleksni par imaginarnih polov, $\zeta = 0$)

***Naloga**: Skicirajte vse štiri odzive na stopnico sistema za ω_n=1!*

ζ =2  ζ =1  ζ =0,1  ζ =0 

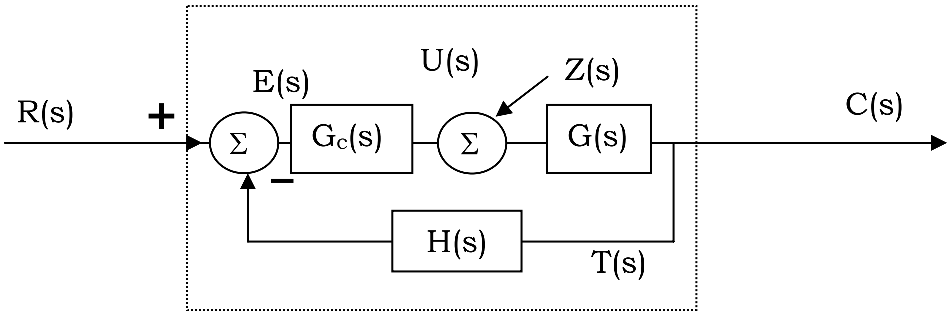
Vključitev regulatorja

Povezava primerno izbranega regulatorja s prenosno funkcijo $G_c(s)$ s sistemom s prenosno funkcijo G(s) prinaša torej željene poteke odziva sedaj skupnega sistema s prenosno funkcijo T(s).



Povratna vezava in sledilno delovanje

Regulator $G_c(s)$ povežemo s sistemom G(s). Sledilni način delovanja predvideva priključitev izhodne veličine s transformacijo C(s) na vhod, kjer se odšteva od na trenutne vrednosti vhodne (referenčne) veličine s transformacijo R(s). Iz primerjalnika dobimo transformacijo razlike E(s).



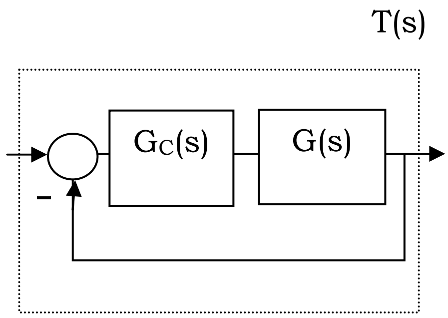
`Gc .. regulator in aktivator, G .. proces, H .. tipalo, merilni pretvornik in ojačevalnik`

Izhodno - regulirano veličino s transformom C(s) po potrebi pretvarjamo, za kar uporabljamo merilni pretvornik s prenosno funkcijo H(s). Med regulatorjem z aktivatorjem in procesom moramo računati tudi na pojav motenj s transformacijo Z(s).

Zapišite skupno prenosno funkcijo sistema z regulacijsko zanko T(s), brez vpliva motenj.

Kaj lahko dosežemo z dodajanjem ničel poleg stabilnih polov?
Če odziv določajo realni dominantni poli, lahko s primerno vrednostjo ničle delno izničimo vpliv najpočasnejšega (dominantnega) pola procesa. Tako odziv procesa 'pohitrimo'.

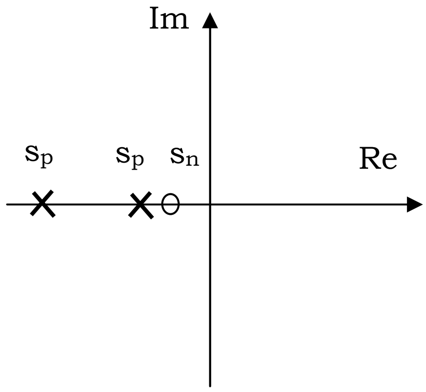
Naloga: *Imamo nadkritično dušen sistem s prenosno funkcijo G(s) z dvema realnima poloma (s_{p1}=-1, s_{p1}=-2), ojačenje v števcu (K) ima vrednost 1.*



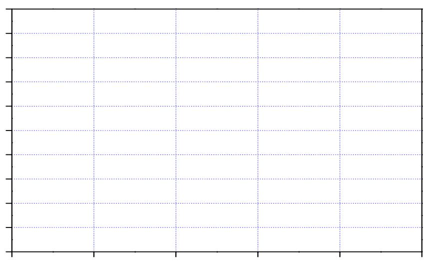
Sestavite zaprtozančni sistem z regulatorjem, ki naj izniči vpliv dominantnega pola na odziv.

Določite T(s) zaprtozančnega sistema, če prenosna funkcija D1 regulatorja znaša:

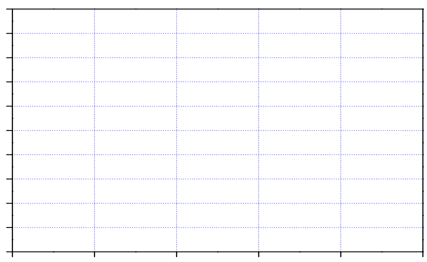
$$G_C(s) = K_P(1+T_D s)$$



Koliko naj znašata K_P in T_D, da bomo dobili ničlo T(s) pri s_n = -0,9 in da bo h(t) dosegel v ustaljenem stanju enako vrednost kot v odprtozančnem sistemu?



Odziv G(s) na stopnico

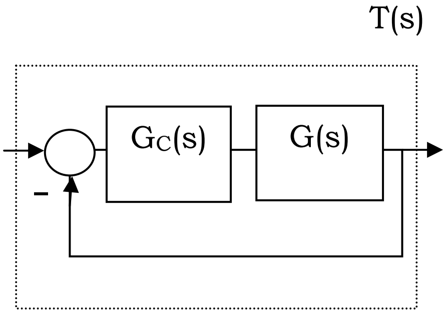


Odziv T(s) na stopnico

Kako dodana ničla vpliva na odziv!

Preizkus razumevanja vaje

Če je zaprtozančni sistem T(s) z regulacijskim delovanjem podkritično dušen (odziv določa konjugirano kompleksni par dominantnih polov), potem D1 člen pomakne korena k bolj negativnim realnim vrednostim, kar se odraža kot povečano dušenje in stabilnejše delovanje.



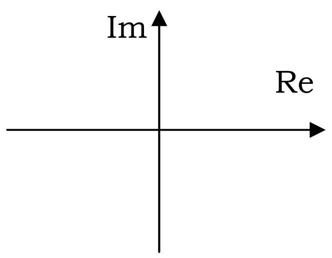
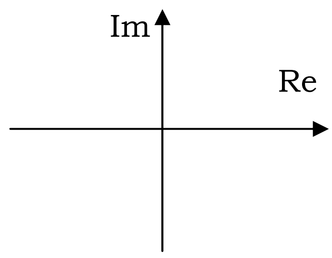
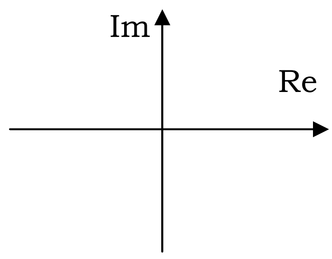
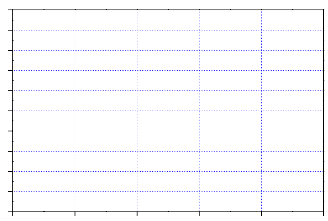
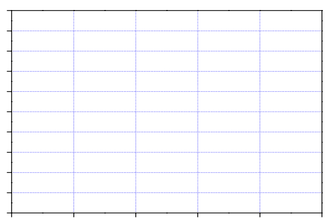
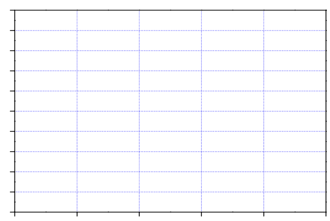
Podano imamo G(s) odprtozančnega sistema, ki je vrste P2 (nedušen):

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

Prvi regulator ima prenosno funkcijo: $G_{c1} = 0{,}5$ *P0 člen*

Drugi regulator ima prenosno funkcijo: $G_{c2} = 0{,}5(1 + 3s)$ *D1 člen*

Določite obe zaprtozančni prenosni funkciji T(s) s P0 in D1 členom ter lege korenov. S pomočjo MATLABa določite odzive na stopnico. Rezultate vrišite v razpredelnico

<table>
<tr><td>Odprtozančni sistem</td><td>T(s) s členom P0</td><td>T(s) s členom D1</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Primerjajte vpliva regulatorjev P0 in D1 člena na odziv sistema!

Slovar regulacijskih izrazov *(Za kaj se sploh gre, če nekdo reče ...)*

Ko regulacijski inženir reče…,	*si razlagajte, da je izraz povezan z ….*
red sistema	najbolj kompliciranim obnašanjem in številom parametrov, potrebnim za opis obnašanja sistema
vrsta regulatorja	kakšno obnašanje želimo (kako hitro doseči ustaljeno stanje in sploh kakšno naj bo …)
odziv na sunek (*impulz*)	odziv na za trenutek trajajočo spremembo
odziv na stopnico	kako se sistem obnaša, ko dosega odziv željeno vrednost
časovna konstanta	kako hitro se sistem odziva
resonančna frekvenca	frekvenca naravnega periodičnega nihanja sistema
dušenje	kako
stopnja vzorčenja	kako hitro spreminjamo svoja pričakovanja, kako naj se sistem obnaša
pogrešek v ustaljenem stanju	koliko smo zgrešili z vrednostjo izhodne veličine, ko se odziv sistema ustali
območje stabilnosti	omejenost izhodne, če je omejena vhodna veličina

Literatura

F.C.A. Groen, **Reactive behaviour**, Universiteit van Amsterdam, Faculty of Science (FNWI) http://www.science.uva.nl.