

Vaja 2: Wheatstonovi mostički

Matej Bažec

20. oktober 2015

Povzetek

Spoznali bomo metodo merjenja majhnih sprememb upornosti (in v splošnem impedance) s pomočjo Wheatstonovih mostičkov. Pogledali si bomo 1/4, 2/4, polovične in polne mostičke, njihovo občutljivost in uporabo. V praktičnem delu bomo sestavili mostiček, ga pomerili in primerjali z direktno meritvijo upornosti.

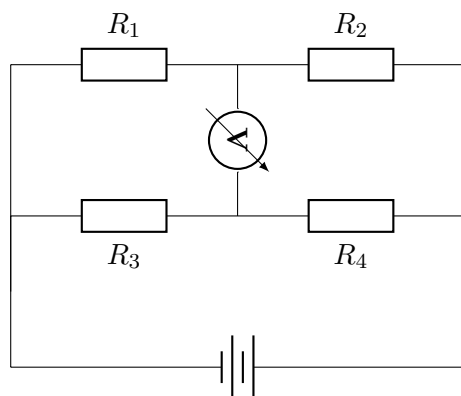
1 Uvod

V merilni tehniki težimo k temu, da merjeno količino prevedemo v električno, če se le da, saj tak način omogoča avtomatizacijo merjenja in hitrejša odčitavanja. To v praksi pomeni, da želimo izkoristiti kakšnega od pojavov, pri katerem se ena od električnih količin pod vplivom parametrov, ki jih želimo pomeriti, spremeni. V veliki večini primerov poteka ta povezava prav preko spremembe specifične upornosti snovi in posledično preko spremembe upornosti. Tako na primer večini snovi z naraščajočo temperaturo upornost raste (ni pa nujno, zelo pomembna izjema so polprevodniki), kar lahko izkoristimo za merjenje temperature. Podobno raste upornost, če snov raztegnemo, kar lahko izkoristimo za merjenje deformacije.

Žal pa se v vseh teh in podobnih primerih upornost spreminja relativno malo glede na svojo referenčno vrednost, kar nam onemogoča, da bi tovrstne meritve opravili z direktnim merjenjem upornosti. Zato se moramo poslužiti alternativnih pristopov, največkrat z uporabo enega od mostičkov.

Mostičke uporabimo zato, ker bi bila direktna meritev upornosti obremenjena z veliko napako.

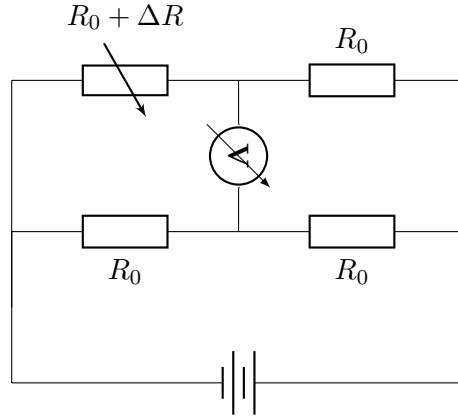
1.1 Wheatstonov mostiček



Slika 1: Splošni Wheatstonov mostiček.

Splošni Wheatstonov mostiček je sestavljen iz štirih upornikov, tako kot kaže slika 1. Na zgornjem kraku se napetost na izvoru U_0 porazdeli med upornika R_1 in R_2 tako, da je

$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{in} \quad U_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1)$$



Slika 2: Četrtnski mostiček.

Podobno se razdeli na spodnjem kraku.

$$U_3 = U_0 \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad \text{in} \quad U_4 = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (2)$$

Napetost na voltmetru bo potemtakem

$$U_V = U_4 - U_2 = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4} - U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3)$$

2 Tipi mostičkov

2.1 Četrtnski mostiček

Četrtnski mostiček je najpreprostejši in najmanj občutljiv tip mostička. Ker zahteva le en spremenljiv upornik, ga uporabimo takrat, ko smo prostorsko omejeni, ali če je upornik zelo drag. Poleg spremenljivega upornika uporabimo še tri referenčne upornike s konstantno upornostjo. To lahko dosežemo z izbiro zadosti natančnega upornika na želeni vrednosti ali kar s kompenzacijskimi uporniki. To so isti uporniki kot merjeni, le da so postavljeni na znano fizikalno količino, ki jo merimo. V primeru temperature bi to bil toplotni rezervoar pri fiksni temperaturi.

Upornike vežemo tako, kot kaže slika 2, kjer je R_0 referenčna upornost, $R = R_0 + \Delta R$ pa upornost merjenega upornika. Zanima nas torej meritev ΔR . Uporabimo formulo (3) in dobimo

$$U_V = U_0 \frac{R_0}{2R_0} - U_0 \frac{R_0}{2R_0 + \Delta R} = \frac{U_0}{2} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R_0}} \right). \quad (4)$$

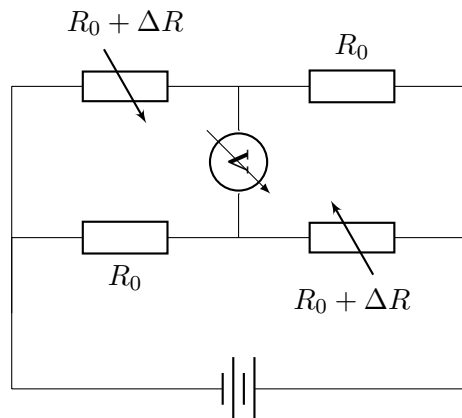
Lahko predpostavimo, da je $\Delta R \ll R_0$, saj nam v nasprotnem primeru ne bi bilo treba meriti z mostičkom, ampak bi lahko ΔR merili direktno. To pa pomeni, da je $\Delta R/2R_0 \ll 1$. Zato lahko uporabimo linearno aproksimacijo.

$$\frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R_0}} \approx 1 - \frac{\Delta R}{2R_0} \quad (5)$$

Približek vstavimo v formulo 4 in dobimo

$$U_V = \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0}. \quad (6)$$

Vidimo, da bo napetost na voltmetru sorazmerna s spremembo upornosti ΔR .



Slika 3: Dvočetrtnski mostiček.

2.2 Dvočetrtnski mostiček

Dvočetrtnski mostiček uporabimo takrat, ko želimo povečati občutljivost četrtnskega. Zanj potrebujemo dva merilna in dva referenčna upornika, ki ju povežemo, kot kaže slika 3. Pomembno je, da merimo z obema spremenljivima upornikoma in da se oba spreminjata enako (zadnji pogoj sicer ni nujen, se pa nekoliko spremenijo izračuni).

Napetost na voltmetru ponovno izračunamo iz formule 3.

$$U_V = U_0 \frac{R_0 + \Delta R}{2R_0 + \Delta R} - U_0 \frac{R_0}{2R_0 + \Delta R} = U_0 \frac{\Delta R}{2R_0 + \Delta R}. \quad (7)$$

Enačbo lahko poenostavimo z uporabo linearne aproksimacije

$$U_V = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0}. \quad (8)$$

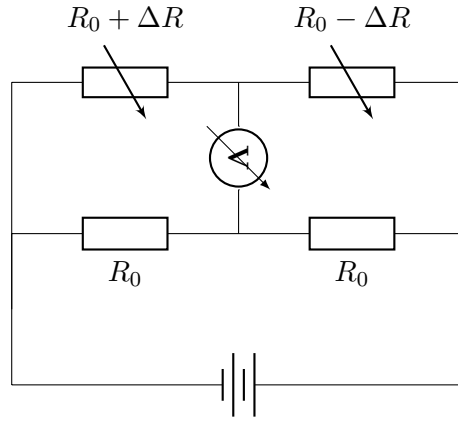
Vidimo, da se je v primerjavi z enočetrtnskim mostičkom (enačba 6) občutljivost podvojila.

Izpelji, kakšna bi bila napetost na voltmetru pri dvočetrtnskem mostičku, če bi spodnja upornika zamenjali. Zapiši tudi izpeljavo.

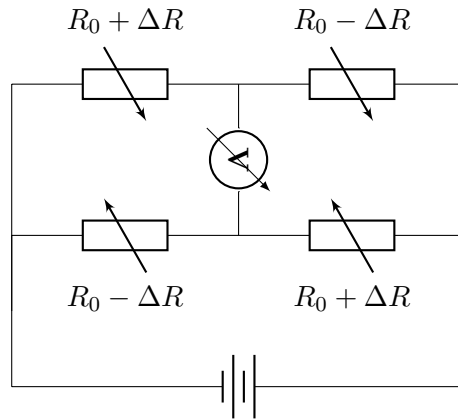
$U_V =$ _____ V

2.3 Polovični mostiček

V nekaterih primerih lahko povzroči opazovani pojav hkratno spremembo dveh upornikov in sicer tako, da se bo na enem uporniku upornost zmanjšala za ΔR , na drugem pa za isto vrednost povečala (tudi v tem primeru ni nujno, da sta spremembi enaki, le izračun je potem nekoliko drugačen). Tipično je to povezano s premikom pomične elektrode, ki se zaradi tega približa eni statični elektrodi, od druge pa se oddalji. Če



Slika 4: Polovični mostiček.



Slika 5: Poln mostiček.

imamo opravka s tako meritvijo lahko to izkoristimo sebi v prid. Upornika povežemo z dvema referenčnima upornikoma tako, kot kaže slika 4.

Napetost na voltmetru izračunamo po ustaljeni poti.

$$U_V = U_0 \frac{R_0}{2R_0} - U_0 \frac{R_0 - \Delta R}{2R_0} = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0} \quad (9)$$

Vidimo, da je občutljivost ista kot pri dvočetrtnskem mostičku.

2.4 Poln mostiček

Podobno kot smo kombinirali dva četrtnska mostička v dvočetrtnskega, lahko kombiniramo dva polovična v polnega. Potrebujemo dva para spremenljivih uporov, ki jih vezemo tako, kot kaže slika 5. Razmisli, zakaj moramo na spodnjem kraku zamenjati zaporedje uporov - primerjaj z lego merilnega upora pri dvočetrtnskem mostičku.

Napetost na voltmetru polnega mostička izračunamo kot

$$U_V = U_0 \frac{R_0 + \Delta R}{2R_0} - U_0 \frac{R_0 - \Delta R}{2R_0} = U_0 \frac{\Delta R}{R_0}. \quad (10)$$

Občutljivost polnega mostička je enkrat večja od polovičnega.

3 Merjenje upornosti

3.1 Neposredna meritev

Prevzemi svoj komplet uporov in jih pomeri neposredno z ohmmetrom. Zapiši tudi zaporedno številko kompleta.

Zap. št.: _____

$R_1 =$ _____ Ω

$R_2 =$ _____ Ω

$R_3 =$ _____ Ω

$R_4 =$ _____ Ω

Iz izmerjenih vrednosti poskusi določiti ΔR in napako meritve. Nominalna vrednost referenčnih uporov je $R_0 = 1\text{k}\Omega$. Argumentiraj določitev ocene napake.

$\Delta R =$ _____ Ω

3.2 Meritev z mostičkom

Nariši shemo vezja, s katero bi pomeril ΔR s pomočjo mostička. Pomisli, katera izvedba bi bila najboljša za tvoj primer.

Izmeri napetost na mostičku U_V , iz nje določi ΔR in oceni njeno napako. Napetost na izvoru naj bo 5V.

$U_V =$ _____ V
 $\Delta R =$ _____ Ω

Primerjaj obe meritvi. Komentiraj rezultate.

Literatura

- [1] M. Valič. *Fizikalne meritve*.